503 R/E

(Regular/Ex-Regular)

BFC (M)

(Vocational)

(For Students registered in 2021 and 2022)

2 0 2 4 (A)

BFC (MATHEMATICS)

VOCATIONAL

Full Marks : 100

Time : 3 hours

The figures in the right-hand margin indicate marks

ଦକ୍ଷିଣ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରଶ୍ନର ମୂଲ୍ୟାଙ୍କ ସୂଚାଉଛି

Answer the questions as per directions given in each

ପ୍ରତ୍ୟେକ ପ୍ରଶ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ନିର୍ଦ୍ଦେଶ ଅନୁଯାୟୀ
ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଦିଅ

GROUP—A

କ—ବିଭାଗ

(*Marks* : 10)

(ନମ୍ବର : 10)

1. Answer *all* questions : $1 \times 10 = 10$

ସମସ୍ତ ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଦିଅ :

(a) Write the relation $R = \{(x, y) : x - 2y = 0\}$ on $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ in tabular form.

$R = \{(x, y) : x - 2y = 0\}$ ସମ୍ବନ୍ଧକୁ

$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ଉପରେ ସାରଣୀୟ

ପଦ୍ଧତିରେ ଲେଖ।

(b) If $x + y = 4$ and $xy = 1$, then write the value of $\tan^{-1} x + \tan^{-1} y$.

ଯଦି $x + y = 4$ ଓ $xy = 1$ ହୁଏ, $\tan^{-1} x + \tan^{-1} y$ ର ମୂଲ୍ୟ ଲେଖ।

(c) If

$$[2x \quad 4] \begin{bmatrix} x \\ -8 \end{bmatrix} = 0$$

then write the positive value of x.

ଯଦି $[2x \quad 4] \begin{bmatrix} x \\ -8 \end{bmatrix} = 0$ ହୁଏ, x ର ଧନାମ୍କ ମୂଲ୍ୟ ଲେଖ।

/319

(Continued)

(d) If $P(B) = 0 \cdot 5$ and $P(A \cap B) = 0 \cdot 32$, then find $P(A|B)$.

ଯଦି $P(B) = 0 \cdot 5$ ଓ $P(A \cap B) = 0 \cdot 32$ ହୁଏ, $P(A|B)$ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

(e) If $f(x) = |x - 3|$, then find $f'(x)$ for $x < 2$.

ଯଦି $f(x) = |x - 3|$, $x < 2$ ପାଇଁ $f'(x)$ର ମୂଲ୍ୟ ନିରୂପଣ କର।

(f) Find the slope of the tangent to the curve $y = 3x^2 + 4x$ at a point whose x-coordinate is –2.

$y = 3x^2 + 4x$ ବକ୍ରର ଯେଉଁ ବିନ୍ଦୁଠାରେ x-ସ୍ଥାନାଙ୍କ –2, ସେହି ବିନ୍ଦୁରେ ସ୍ପର୍ଶକର ସ୍ଲୋପ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

(g) Write the value of

$$\int \frac{\log x}{x} dx$$

$\int \frac{\log x}{x} dx$ ର ମୂଲ୍ୟ ଲେଖ।

(h) Write the value of

$$\int_{-2}^{-1} |x| \, dx$$

$\int_{-2}^{-1} |x| \, dx$ ର ମୂଲ୍ୟ ଲେଖ।

(Turn Over)

/319

(i) If $\hat{a} \cdot \hat{b} = \dfrac{1}{2}$, write the measure of the angle between $\hat{a}$ and $\hat{b}$.

ଯଦି $\hat{a} \cdot \hat{b} = \dfrac{1}{2}$ ହୁଏ, ତେବେ $\hat{a}$ ଓ $\hat{b}$ ମଧ୍ୟରେ କୋଣର ମାପକ ଲେଖ।

(j) Write the direction cosines of *z*-axis.

z-ଅକ୍ଷର ଦିଶୀୟ କୋଟି ଜ୍ୟା ଲେଖ।

GROUP—B

ଖ —ବିଭାଗ

(*Marks* : 60)

(ନମ୍ବର : 60)

2. Answer any *three* questions : 4×3=12

ଯେକୌଣସି ତିନୋଟି ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଦିଅ :

(a) Show that the relation

$$R = \left\{ (m, n) : \dfrac{m}{n} \text{ is a power of } 5 \right\}$$

on $\mathbb{Z} - \{0\}$ is an equivalence relation.

$\mathbb{Z} - \{0\}$ ଉପରେ ସମ୍ବନ୍ଧ

$$R = \left\{ (m, n) : \dfrac{m}{n}, 5ର ଘାତ ଅଟେ \right\}$$

ଏକ ସମତୁଲ୍ୟ ସମ୍ବନ୍ଧ ଏହା ଦର୍ଶାଅ।

(b) If $f : R \to R$ is defined by $f(x) = 3x + 4$, then find $f[f(x)]$.

ଯଦି ଫଙ୍କସନ $f : R \to R$, $f(x) = 3x + 4$ ଦ୍ୱାରା ପରିଭାଷିତ, ତେବେ $f[f(x)]$ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(c) Solve (ସମାଧାନ କର) :

$$\sin^{-1} \frac{2a}{1 + a^2} + \sin^{-1} \frac{2b}{1 + b^2} = 2 \tan^{-1} x$$

(d) Prove that (ପ୍ରମାଣ କର ଯେ) :

$$\sin^{-1} \frac{4}{5} + 2 \tan^{-1} \frac{1}{3} = \frac{\pi}{2}$$

(e) Find the feasible region of the following LPP :

ନିମ୍ନ LPP ର ସମ୍ଭାବ୍ୟ ଇଲାକା ଲେଖ :

Maximize (ଗରିଷ୍ଠମାନ ନିରୂପଣ କର)

$$Z = 40x + 88y$$

subject to (ଯେପରିକି)

$$2x + 3y \le 60$$
$$5x + 2y \le 50$$
$$x, y \ge 0$$

3. Answer any *three* questions : 4 × 3 = 12

ଯେକୌଣସି ତିନୋଟି ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଦିଅ :

(a) If (ଯଦି)

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 2 & -1 \\ 3 & -7 & 1 \end{bmatrix} \text{ and (ଓ) } B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -3 & 0 \\ -1 & 5 \end{bmatrix},$$

then (ତେବେ) show that (ଦର୍ଶାଅ ଯେ)
$AB \neq BA$.

(b) Solve (ସମାଧାନ କର) :

$$\begin{vmatrix} 1 & 4 & 20 \\ 1 & -2 & 5 \\ 1 & 2x & 5x^2 \end{vmatrix} = 0$$

(c) Prove that (ପ୍ରମାଣ କର ଯେ)

$$\begin{vmatrix} 1+a & 1 & 1 \\ 1 & 1+b & 1 \\ 1 & 1 & 1+c \end{vmatrix} = abc\left(1 + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)$$

(d) Find the inverse of

ବିଲୋମ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର

$$\begin{bmatrix} 4 & 1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$$

(e) A random variable has the following probability distribution :

x :	0	1	2	3	4	5	6	7
$P(x)$:	0	p	p	p	p^2	$2p^2$	$2p^2$	p

Find p.

ଏକ ଯାଦୃଚ୍ଛ ଚରର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ବଣ୍ଟନ ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଛି :

x :	0	1	2	3	4	5	6	7
$P(x)$:	0	p	p	p	p^2	$2p^2$	$2p^2$	p

p ର ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

4. Answer any *three* questions : $4 \times 3 = 12$

ଯେକୌଣସି ତିନୋଟି ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଦିଅ :

(a) Discuss continuity of

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 - 25}{x - 5} & \text{when } x \neq 5 \\ 9 & \text{when } x = 5 \end{cases}$$

at the point $x = 5$.

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 - 25}{x - 5} & \text{ଯଦି } x \neq 5 \\ 9 & \text{ଯଦି } x = 5 \end{cases}$$

ଫଳକର $x = 5$ ଠାରେ ନିରବଚ୍ଛିନ୍ନତା ବିଷୟରେ ଆଲୋଚନା କର।

     (Turn Over)

(b) Find the derivative of

$$\sin^{-1}\left(\frac{2x}{1+x^2}\right)$$

with respect to $\tan^{-1}\left(\frac{2x}{1-x^2}\right)$.

$\tan^{-1}\left(\frac{2x}{1-x^2}\right)$ ର $\sin^{-1}\left(\frac{2x}{1+x^2}\right)$ ଭିତ୍ତିକ ଅବକଳଜ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

(c) Find (ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର) $\frac{dy}{dx}$ if (ଯଦି)

$$(\cos x)^y = \sin y$$

(d) Find the equation of the tangent to the curve $y = 2x^2 + 3$ at $x = -1$.

$y = 2x^2 + 3$ ବକ୍ରର $x = -1$ ଠାରେ ସ୍ପର୍ଶକର ସମୀକରଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

(e) Show the function

$$f(x) = 3x^3 - 12x^2 + 16x - 5$$

does not possess maximum and minimum.

$f(x) = 3x^3 - 12x^2 + 16x - 5$ ଫଳନଟିର ଉଦ୍ଧିଷ୍ଟ ଓ ଗରିଷ୍ଠମାନ ନାହିଁ, ଏହା ଦର୍ଶାଅ।

$4 \times 3 = 12$

5. Answer any *three* questions :

   ଯେକୌଣସି ତିନୋଟି ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଦିଅ :

   (a) Evaluate :

      ମୂଲ୍ୟାଙ୍କନ କର :

      $$\int \frac{3\,dx}{(x-1)(x+2)}$$

   (b) Evaluate (ମୂଲ୍ୟ ନିରୂପଣ କର) :

      $$\int_0^4 ([x] + |x|)\,dx$$

   (c) Solve (ସମାଧାନ କର) :

      $$\frac{dy}{dt} = e^{2t+3y}$$

   (d) Find the differential equation whose solution is $y = e^{x+a}$.

      ଅବକଳ ସମୀକରଣଟି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ଯାହାର ସମାଧାନ $y = e^{x+a}$ ହେବ।

   (e) Find the area of the region bounded by

      $y = \sin x$, $y = 0$ and $x = 0$, $x = \dfrac{\pi}{2}$

      $y = \sin x$, $y = 0$ ଓ $x = 0$, $x = \dfrac{\pi}{2}$ ଦ୍ୱାରା ଆବଦ୍ଧ ଇଲାକାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରା

(*Turn Over*)

6. Answer any *three* questions : $4 \times 3 = 12$

ଯେକୌଣସି ତିନୋଟି ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଦିଅ :

(a) If $\vec{a} = (2, -2, 1)$, $\vec{b} = (2, 3, 6)$ and $\vec{c} = (-1, 0, 2)$, then find the magnitude and direction of $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$.

ଯଦି $\vec{a} = (2, -2, 1)$, $\vec{b} = (2, 3, 6)$ ଓ $\vec{c} = (-1, 0, 2)$ ହୁଏ, ତେବେ $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ ର ମାନ ଓ ଦିଗ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

(b) Find the value of λ such that the following vectors are coplanar :

$$-\hat{i} + \lambda\hat{j} - \lambda\hat{k}, \quad 2\hat{i} + 4\hat{j} + 5\hat{k}, \quad -2\hat{i} + 4\hat{j} - 4\hat{k}$$

ଯଦି ନିମ୍ନସ୍ଥ ଭେକ୍ଟରଗୁଡ଼ିକ ଏକ ସମତଳରେ ଅବସ୍ଥିତ, λ ର ମୂଲ୍ୟ ନିରୂପଣ କର :

$$-\hat{i} + \lambda\hat{j} - \lambda\hat{k}, \quad 2\hat{i} + 4\hat{j} + 5\hat{k}, \quad -2\hat{i} + 4\hat{j} - 4\hat{k}$$

(c) Find the measure of the angle between $\vec{a} = \hat{i} + 2\hat{j}$ and $\vec{b} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$.

$\vec{a} = \hat{i} + 2\hat{j}$ ଓ $\vec{b} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ ମଧ୍ୟସ୍ଥ କୋଣର ମାପକ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

(d) Find the equation of the plane passing through the intersection of planes $2x + 3y - 4z + 1 = 0$ and $3x - y + z + 2 = 0$ and passing through the point $(3, 2, 1)$.

/319

ଗୋଟିଏ ସମତଳର ସମୀକରଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ଯାହା
$2x + 3y - 4z + 1 = 0$ ଓ $3x - y + z + 2 = 0$
ସମତଳ ଦ୍ୱୟର ପ୍ରତିଛେଦୀ ସରଳରେଖା ଓ (3, 2, 1)
ବିନ୍ଦୁ ଦେଇ ଗତି କରୁଥିବା

(e) Find the equation of a plane parallel to the plane $2x - y + 3z + 1 = 0$ and at a distance 3 units away from it.

ଏକ ସମତଳର ସମୀକରଣ ଲେଖ ଯାହା
$2x - y + 3z + 1 = 0$ ସମତଳ ସହ ସମାନ୍ତର ଓ
ଏହାଠାରୁ 3 ଏକକ ଦୂରେ ଅବସ୍ଥିତ।

GROUP—C
ଗ—ବିଭାଗ

(*Marks* : 30)
(ନମ୍ବର : 30)

7. Answer any *one* question :   6

ଯେକୌଣସି ଗୋଟିଏ ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଦିଅ :

(a) Solve (ସମାଧାନ କର) :

$$\tan^{-1}\frac{1}{3} + \tan^{-1}\frac{1}{5} + \tan^{-1}\frac{1}{7} + \tan^{-1}x = \frac{\pi}{4}$$

(*Turn Over*)

/319

(b) If $A = N \times N$ and $*$ is a binary operation on A defined by

$$(a, b) * (c, d) = (a + c, b + d)$$

then show that $*$ is commutative and associative.

ଯଦି $A = N \times N$ ଏବଂ $*$ ଏକ ଦ୍ୱିକ ସଂକ୍ରିୟା ଯାହାକି $(a, b) * (c, d) = (a + c, b + d)$ ଦ୍ୱାରା ପରିଭାଷିତ ହୁଏ, ତେବେ ଦର୍ଶାଅ ଯେ $*$ କ୍ରମବିନିମୟୀ ଓ ସଂଯୋଗୀ।

(c) Solve the following LPP graphically :

ଲେଖଚିତ୍ର ବ୍ୟବହାର କରି ନିମ୍ନପ୍ରଦତ୍ତ LPP ର ସମାଧାନ କର :

Maximize

ଗରିଷ୍ଠମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର

$$Z = 20x + 10y$$

subject to

ଯେପରିକି

$$x + 2y \leq 40$$
$$3x + y \geq 30$$
$$4x + 3y \geq 60$$

8. Answer any *one* question :   6

    ସେଥିରୁ ଗୋଟିଏ ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଦିଅ :

   (a) If

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & -3 \end{bmatrix}$$

then find A^{-1} and hence solve the system of equations $x - 2y + z = 0$, $-y + z = -2$ and $2x - 3z = 10$.

   ଯଦି

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & -3 \end{bmatrix}$$

ହୁଏ, ତେବେ A^{-1} ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ଓ ତାହାଦ୍ୱାରା ସମୀକରଣ ସେଟ୍ଟା $x - 2y + z = 0$, $-y + z = -2$ ଓ $2x - 3z = 10$ ର ସମାଧାନ କର।

   (b) Prove that (ପ୍ରମାଣ କର ଯେ)

$$\begin{vmatrix} y+z & x & x \\ y & z+x & y \\ z & z & x+y \end{vmatrix} = 4xyz$$

(c) If the sum of the mean and the variance of a binomial distribution for 6 trials is $\frac{21}{8}$, then find the distribution. Also find the probability of 4 successes.

ଯଦି ଗୋଟିଏ 6 ଟି ପରୀକ୍ଷା ବିଶିଷ୍ଟ ବାଇନୋମିଆଲ ଆବଣ୍ଟନର ମାଧ୍ୟ ଓ ପ୍ରସରଣର ସମଷ୍ଟି $\frac{21}{8}$ ହୁଏ, ତେବେ ଆବଣ୍ଟନଟି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରା ଆଉ ମଧ୍ୟ 4 ଟି ସଫଳତା ମିଳିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

9. Answer any *one* question : 6

ଯେକୌଣସି ଗୋଟିଏ ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଦିଅ :

(a) Find (ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର) $\frac{dy}{dx}$ if (ଯଦି)

$$y = x^x + (\sin x)^x$$

(b) Find the equation of the tangent to the curve $y = x^2 - 2x + 7$ which is parallel to the line $2x - y + 9 = 0$.

$y = x^2 - 2x + 7$ ବକ୍ରର ଯେଉଁ ସ୍ପର୍ଶକ $2x - y + 9 = 0$ ସରଳରେଖା ସହିତ ସମାନ୍ତର, ତାହାର ସମୀକରଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

(c) Find the values of a and b such that the function f defined by

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + b & \text{if } x < 1 \\ 1 & \text{if } x = 1 \\ 2ax + b & \text{if } x > 1 \end{cases}$$

is continuous at $x = 1$.

ଯଦି ଏକ ଫଳନ f

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + b & \text{ଯଦି } x < 1 \\ 1 & \text{ଯଦି } x = 1 \\ 2ax + b & \text{ଯଦି } x > 1 \end{cases} \quad \text{ରୂପେ ପରିଭାଷିତ}$$

ହୋଇ $x = 1$ ଠାରେ ନିରବଚ୍ଛିନ ହୋଇଥାଏ, ତେବେ a ଓ b ର ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

10. Answer any one question :   6

ଯେକୌଣସି ଗୋଟିଏ ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଦିଅ :

(a) Solve (ସମାଧାନ କର) :

$$y^2 + x^2 \frac{dy}{dx} = xy \frac{dy}{dx}$$

(b) Evaluate (ମୂଲ୍ୟ ନିରୂପଣ କର) :

$$\int_0^1 \frac{\ln(1+x)}{1+x^2}\,dx$$

/319

(c) Find the area enclosed by the two parabolas $y^2 = 4ax$ and $x^2 = 4ay$.

$y^2 = 4ax$ ଓ $x^2 = 4ay$ ପାରାବୋଲା ଦ୍ୱାରା ଆବଦ୍ଧ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

11. Answer any *one* question : 6

ଯେକୌଣସି ଗୋଟିଏ ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଦିଅ :

(a) Find the area of the parallelogram whose diagonals are vectors $3\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$ and $\hat{i} - 3\hat{j} + 4\hat{k}$.

ଯେଉଁ ସାମନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ଯଥାକ୍ରମେ $3\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$ ଓ $\hat{i} - 3\hat{j} + 4\hat{k}$ ଦ୍ୱାରା ଚିହ୍ନିତ, ତାହାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(b) Find the equation of the line through the point (3, −1, 2) and parallel to the planes $x + y + 2z - 4 = 0$ and $2x - 3y + z + 3 = 0$.

ଯେଉଁ ସରଳରେଖା (3, −1, 2) ବିନ୍ଦୁଦେଇ ଯାଉଥିବ ଓ $x + y + 2z - 4 = 0$ ଓ $2x - 3y + z + 3 = 0$ ସମତଳଦ୍ୱୟ ସହ ସମାନ୍ତର ଥିବ ତାହାର ସମୀକରଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

* * *

24H (319)